

44E - Abschätzung der Verformungen im Zustand II

(Stand: 22.05.2009)

Leistungsumfang

- Abschätzung der Verformungen im Zustand II über eine vorhandene elastische Verformung
- Abschätzung der Verformungen im Zustand II über die Krümmungen und das statische System

Eingaben

Wahl des Nachweises

Methode a: Abschätzung über eine vorhandene elastische Verformung oder

Methode b: Abschätzung über die Berechnung der Gesamtkrümmung und das statische System (die möglichen statischen Systeme finden sich am Ende der Beschreibung)

Geometrie

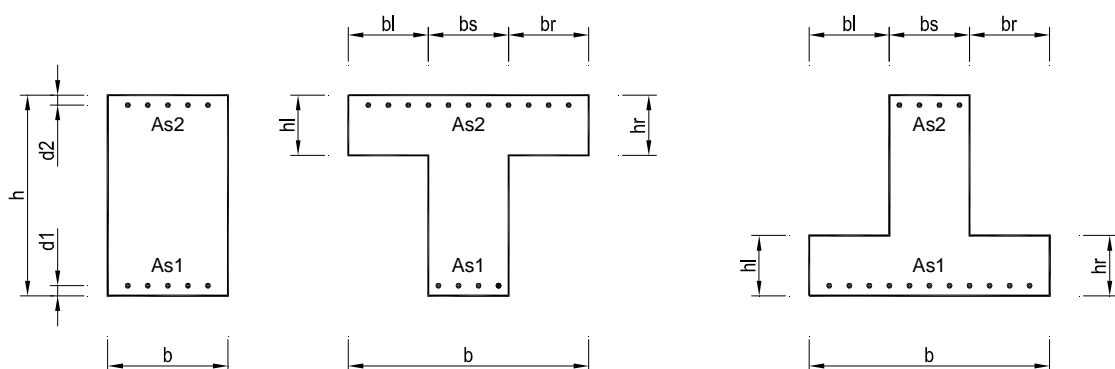
Abmessungen des Querschnitts (Platten-, Rechteck- oder Plattenbalkenquerschnitt)

Materialkenngrößen

- Betonart Normal-oder Leichtbeton
- Betongüte und für Leichtbeton die Rohdichte
- Für die Ermittlung von Endkriechzahl und Endschwindmaß Betonalter, Feuchte und Zementtyp (bei Betonalter = 0 Tage kann die Ermittlung übersprungen und direkt ein eigener Wert eingegeben werden)
- Endkriechzahl und Endschwindmaß, wenn nicht vom Programm zu ermitteln

Vorhandene Bewehrung

Untere und obere Bewehrung und deren Abstand zur Bauteilkante (s. Bild 1)



(Bild 1)

Statisches System (nur für Methode b)

- Art des Systems (s. Bild 2)
- Stützweite
- U.U. je nach System Laststelle bzw. Lastlänge

Durchbiegungsnachweis: Beiwerte k für verschiedene statische Systeme

System	Belastung	Momentenverlauf	Beiwert k
Balken mit beidseitiger Momentenbelastung			$k = 0.125$
Balken mit Einzellast		$M = \frac{F \cdot x \cdot (1-x)}{l}$ 	$k = \frac{3-\alpha^2}{48 \cdot (1-\alpha)}$
Balken mit einseitiger Momentenbelastung			$k = 0.0625$
Balken mit 2 symm. Einzellasten			$k = 0.125 - \frac{\alpha}{6}$
Balken mit Gleichlast			$k = 0.104$
Balken mit Dreieckslast			$k = 0.102$
Eingesp. Balken mit Gleichlast			$k = 0.104 \cdot (1 - \frac{\beta}{10})$ $\beta = \frac{M_A + M_B}{M_C}$
Kragarm mit Einzellast			$k = \frac{\alpha \cdot (3-\alpha)}{6}$
Kragarm mit Gleichlast			$k = \frac{\alpha \cdot (3-\alpha)}{8}$
Eingesp. Balken mit Einzellast			$k = 0.083 \cdot (1 - \frac{\beta}{4})$ $\beta = \frac{M_A + M_B}{M_C}$
Balken mit Trapezlast			$k = \frac{(5-4\alpha^2)^2}{80 \cdot (3-4\alpha^2)}$

(Bild 2)

Belastung

- Bemessungsmoment M_{sd} aus quasi-ständiger Kombination (für die Berechnung des reinen Zustands II kann hier ein entsprechend großes Moment eingegeben werden)
- je nach stat. System Angabe über Stütz- und Feldmomente (Methode b)

Elastische Verformung f_0 (nur für Methode a)

Die elastische Verformung wird nur bei der Methode a berücksichtigt.

Hinweis: Bei der Eingabe der Momente ist auf das Vorzeichen zu achten! Positive Momente erzeugen auf der Unterseite des Querschnitts Zugspannungen, negative Momente auf der Oberseite. Ein Plattenbalkenquerschnitt wird nur dann angesetzt, wenn bei einem positiven Moment die Platte oben, bei einem negativen Moment die Platte unten definiert ist!

Mindestwert der Verteilungszahl min. ζ

Über die Verteilungszahl ζ werden die Anteile des Zustands I und II addiert (s.u.). Ist das Bemessungsmoment M_{sd} kleiner als das Rissmoment M_{cr} , so wird $\zeta < 0.50$. Litzner [2] schlägt als Mindestwert min. $\zeta = 0.50$ vor.

Ausgaben

Ausgegeben werden die Steifigkeitswerte für den Zustand I und II sowie als Endergebnis die vorhandene Verformung mit den Anteilen aus Zustand I und II.

Hinweis zur Berechnungsmethode

Die Vereinfachung dieser Abschätzung besteht darin, die Berechnung nur an einem Punkt des Systems durchzuführen (in der Regel an der Stelle des größten Moments oder der der größten elastischen Verformung). Dabei wird vorausgesetzt, dass der Verlauf der Krümmung affin zu dem des Moments ist bzw. an der Stelle der maßgebenden Verformung auch das maßgebende Moment vorhanden ist. Da dies z.B. bei einem Kragarm nicht der Fall ist, sollte hier ein anderes Moment für die Berechnung angesetzt werden (z.B. das Stützmoment) oder der reine Zustand II vorausgesetzt werden.

Methode a: Nachweis über die vorhandene Verformung

Der Nachweis der Verformungen im Zustand II wird nach Litzner [2] geführt. Dort ist ein Näherungsverfahren beschrieben, das auf [1] basiert. Hierbei wird unabhängig vom statischen System an einem Punkt der Anteil der Verformungen im Zustand I und im Zustand II bestimmt. Über die Verteilungszahl ζ werden diese beiden Verformungen anteilig addiert.

Vorgehensweise

Grundlage ist das Bemessungsmoment M_{sd} am Knoten aus der quasi-ständigen Einwirkungskombination. Es wird dabei vorausgesetzt, dass die Verformungen affin zum Momentenverlauf sind. Es muss betont werden, dass dieses Verfahren eine Abschätzung ist!

- Bestimmung der effektiven Betonsteifigkeit

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{\infty}} \quad \text{mit } \varphi_{\infty} = \text{Endkriechzahl}$$

- Bestimmung des Rissmoments

$$m_{cr} = \frac{f_{ct,m} \cdot h^2}{6} \quad \text{mit } f_{ct,m} = \text{Betonzugfestigkeit}$$

- Zusatzmoment aus Schwinden

$$m_{c,s\infty} = \varepsilon_{c,s\infty} \cdot E_s \cdot a_s \cdot z_s$$

$$\varepsilon_{c,s\infty} = \text{Endschwindmaß}$$

$$a_s = \text{vorh. Bewehrung}$$

$$z_s = \text{Hebelarm der Bewehrung zur Schwerachse}$$

Die Verformungen des Zustand I und des Zustand II werden im Verhältnis $\frac{m_{sd} + m_{c,s\infty}}{m_{sd}}$ erhöht.

- Verformung im Zustand I

$$f_I = f_0 \cdot \frac{E_{cm}}{E_{c,eff}} \cdot \frac{1}{k_I} \quad \text{mit } k_I = \text{Steifigkeit im Zustand I, } f_0 = \text{elastische Verformung}$$

- Verformung im Zustand II

$$f_{II} = f_0 \cdot \frac{E_{cm}}{E_{c,eff}} \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot \frac{1}{k_{II}} \quad \text{mit } k_{II} = \text{Steifigkeit im Zustand II, } f_0 = \text{elastische Verformung}$$

- Rechnerische Verformung

$$f = \zeta \cdot f_{II} + (1 - \zeta) \cdot f_I$$

mit ζ = Verteilungszahl als Funktion des Verhältnisses zwischen

$$\text{Rissmoment und Bemessungsmoment } \left(\zeta = 1 - 0.5 \left(\frac{M_{cr}}{M_{sd}} \right)^2 \geq \min. \zeta \right)$$

Methode b: Nachweis über die Krümmungen und das statische System

Grundlage der Berechnung ist [3]: Bemessungsgrundlagen zur Beschränkung von Durchbiegungen (P. Schießl u. C. Reuter). Hierbei werden anhand des vorhandenen Bemessungsmoments aus quasi-ständiger Belastung, der Endkriechzahl und des Schwindmaßes Krümmungsanteile für den Zustand I und II berechnet. Über eine Verteilungszahl werden diese beiden Krümmungen anteilig addiert. Über einen Faktor, der das statische System beschreibt, kann aus der Gesamtkrümmung die Verformung bestimmt werden.

Vorgehensweise

Grundlage ist das Bemessungsmoment M_{sd} am Knoten aus der quasi-ständigen Einwirkungskombination.

- Bestimmung der effektiven Betonsteifigkeit

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{\infty}} \quad \text{mit } \varphi_{\infty} = \text{Endkriechzahl}$$

- Bestimmung des Rissmoments

$$m_{cr} = \frac{f_{ct,m} \cdot h^2}{6} \quad \text{mit } f_{ct,m} = \text{Betonzugfestigkeit}$$

- Krümmung aus Belastung für den ungerissenen Querschnitt

$$\frac{1}{r_I} = \frac{M_{sd}}{E_{c,eff} \cdot I_I}$$

I_I = Flächenmoment 2. Grades im ungerissenen Zustand

- Krümmung aus Schwinden für den ungerissenen Querschnitt

$$\frac{1}{r_{c,sI}} = \frac{\varepsilon_{c,s\infty} \cdot \alpha_e \cdot S_I}{I_I}$$

$\varepsilon_{c,s\infty}$ = Endschwindmaß

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}}$$

S_I = Statisches Moment der Bewehrung

I_I = Flächenmoment 2. Grades im ungerissenen Zustand

- Krümmung aus Belastung für den gerissenen Querschnitt

$$\frac{1}{r_{II}} = \frac{M_{sd}}{E_{c,eff} \cdot I_{II}}$$

I_{II} = Flächenmoment 2.Grades im gerissenen Zustand

- Krümmung aus Schwinden für den gerissenen Querschnitt

$$\frac{1}{r_{c,sII}} = \frac{\varepsilon_{c,s\infty} \cdot \alpha_e \cdot S_{II}}{I_{II}}$$

$\varepsilon_{c,s\infty}$ = Endschwindmaß

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}}$$

S_{II} = Statisches Moment der Bewehrung

I_{II} = Flächenmoment 2.Grades im gerissenen Zustand

- Gesamtkrümmung

$$\frac{1}{r_{tot}} = \zeta \cdot \left(\frac{1}{r_I} + \frac{1}{r_{c,sI}} \right) + (1 - \zeta) \cdot \left(\frac{1}{r_{II}} + \frac{1}{r_{c,sII}} \right)$$

ζ = Verteilungszahl als Funktion des Verhältnisses zwischen Rissmoment und Bemessungsmoment

$$\left(\zeta = 1 - 0.5 \left(\frac{M_{cr}}{M_{sd}} \right)^2 \geq \min. \zeta \right)$$

- Gesamtverformung

$$f = k \cdot l^2 \cdot \frac{1}{r_{tot}}$$

l = Stützweite des Systems

k = Koeffizient zur Beschreibung der Momentenverteilung

(s. Tab.11.1 in Heft 425 bzw. Bild 2 in dieser Beschreibung)

Literaturhinweise

- [1] Eurocode 2: Deutsche Fassung ENV 1992-1-1, Anhang 4
- [2] Litzner: Grundlagen der Bemessung nach DIN 1045-1 in Beispielen, Betonkalender 2002, S. 435 ff
- [3] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 425, Kapitel 11

POS. 65 VERFORMUNG ZUSTAND II

Vereinfachte Abschätzung der Verformungen im Zustand II nach EC2

Nachweis: Nachweis über Krümmungen und stat. System

Geometrie

Breite = 30.0 cm
Höhe = 50.0 cm

Material

Betongüte Normalbeton C 20/25 mit Rohdichte 2400 kg/m³
 $E_{cm} = 24900 \text{ N/mm}^2$ $f_{ctm} = 2.2 \text{ N/mm}^2$
 Stahlgüte BSt 500 mit $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$

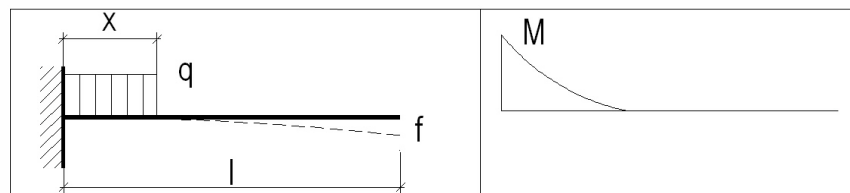
Betonalter 28 Tage, rel. Luftfeuchte 50%, Zementtyp 2
 Endkriechzahl $\phi = 3.26$
 Endschwindmaß $\epsilon_{ps} = -0.66 \text{ o/oo}$

Bewehrung

Bewehrung unten $A_{s1} = 8.04 \text{ cm}^2$, Bewehrungsabstand $d_1 = 4.0 \text{ cm}$
 Bewehrung oben $A_{s2} = 2.26 \text{ cm}^2$, Bewehrungsabstand $d_2 = 4.0 \text{ cm}$

Statisches System

Kragarm mit Gleichlast
 Stützweite $l = 3.00 \text{ m}$
 Lastlänge $x = 3.00 \text{ m}$



Belastung

Bemessungsmoment aus quasi-ständiger Kombination $M_{sd} = 77.4 \text{ kNm}$
 Koeffizient für die Momentenverteilung $k = 0.250$

Querschnittswerte und Ergebnisse

Effektiver E-Modul $E_{c,eff} = 5845 \text{ N/mm}^2$
 Rissmoment $M_{cr} = 27.5 \text{ kNm}$
 Steifigkeitsfaktor $k_1 = 1.4676$, $S_1 = 98 \text{ cm}^3$, $I_1 = 458612 \text{ cm}^4$
 Steifigkeitsfaktor $k_2 = 1.1743$, $S_2 = 174 \text{ cm}^3$, $I_2 = 285759 \text{ cm}^4$
 Verteilungszahl $\zeta = 0.937$ (≥ 0.5) (=Anteil Zustand II)

Berechnung der Krümmungen

Krümmungsanteil Zustand I aus Last/Kriechen: $1/r_{I1} = 2.887E-06 \text{ [1/mm]}$
 Krümmungsanteil Zustand I aus Schwinden: $1/r_{I2} = 0.484E-06 \text{ [1/mm]}$
 Krümmungsanteil Zustand II aus Last/Kriechen: $1/r_{II1} = 4.634E-06 \text{ [1/mm]}$
 Krümmungsanteil Zustand II aus Schwinden: $1/r_{II2} = 1.373E-06 \text{ [1/mm]}$
 Gesamtkrümmung $1/r_{tot} = 5.841E-06 \text{ [1/mm]}$

Gesamtverformung $f = 13.1 \text{ mm}$

POS. 66 VERFORMUNG ZUSTAND II

Vereinfachte Abschätzung der Verformungen im Zustand II nach EC2

Nachweis: Nachweis über Krümmungen und stat. System

Geometrie

Breite = 17.5 cm
Höhe = 55.0 cm

Material

Betongüte Normalbeton C 35/45 mit Rohdichte 2400 kg/m³
 $E_{cm} = 29900 \text{ N/mm}^2$ $f_{ctm} = 3.2 \text{ N/mm}^2$
 Stahlgüte BSt 500 mit $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$

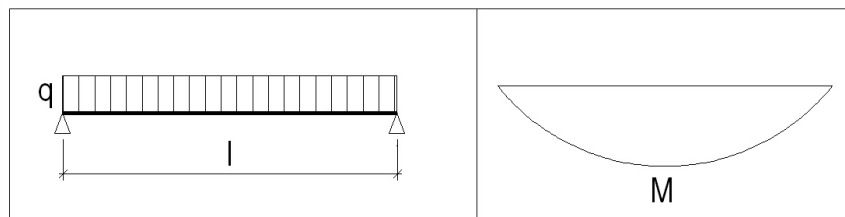
Betonalter 28 Tage, rel. Luftfeuchte 80%, Zementtyp 3
 Endkriechzahl $\phi = 1.55$
 Endschwindmaß $\epsilon_{ps} = -0.46 \text{ o/oo}$

Bewehrung

Bewehrung unten $A_{s1} = 19.60 \text{ cm}^2$, Bewehrungsabstand $d_1 = 7.0 \text{ cm}$
 Bewehrung oben $A_{s2} = 1.57 \text{ cm}^2$, Bewehrungsabstand $d_2 = 4.0 \text{ cm}$

Statisches System

Balken mit Gleichlast
 Stützweite $l = 9.65 \text{ m}$



Belastung

Bemessungsmoment aus quasi-ständiger Kombination $M_{sd} = 168.0 \text{ kNm}$
 Koeffizient für die Momentenverteilung $k = 0.104$

Querschnittswerte und Ergebnisse

Effektiver E-Modul $E_{c,eff} = 11725 \text{ N/mm}^2$
 Rissmoment $M_{cr} = 28.2 \text{ kNm}$
 Steifigkeitsfaktor $k_1 = 1.5194$, $S_1 = 265 \text{ cm}^3$, $I_1 = 368646 \text{ cm}^4$
 Steifigkeitsfaktor $k_2 = 1.7139$, $S_2 = 375 \text{ cm}^3$, $I_2 = 276416 \text{ cm}^4$
 Verteilungszahl $\zeta = 0.986$ (≥ 0.5) (=Anteil Zustand II)

Berechnung der Krümmungen

Krümmungsanteil Zustand I aus Last/Kriechen: $1/r_{I1} = 3.887E-06 \text{ [1/mm]}$
 Krümmungsanteil Zustand I aus Schwinden: $1/r_{I2} = 0.565E-06 \text{ [1/mm]}$
 Krümmungsanteil Zustand II aus Last/Kriechen: $1/r_{II1} = 5.183E-06 \text{ [1/mm]}$
 Krümmungsanteil Zustand II aus Schwinden: $1/r_{II2} = 1.064E-06 \text{ [1/mm]}$
 Gesamtkrümmung $1/r_{tot} = 6.222E-06 \text{ [1/mm]}$

Gesamtverformung $f = 60.3 \text{ mm}$

POS. 67 VERFORMUNG ZUSTAND II

Vereinfachte Abschätzung der Verformungen im Zustand II nach EC2

Nachweis: Nachweis über vorh. elastische Verformung

Geometrie

Breite = 100.0 cm
Höhe = 26.0 cm

Material

Betongüte Normalbeton C 30/37 mit Rohdichte 2400 kg/m³
 $E_{cm} = 28300 \text{ N/mm}^2$ und $f_{ctm} = 2.9 \text{ N/mm}^2$
 Stahlgüte BSt 500 mit $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$
 Endkriechzahl $\phi = 2.50$
 Endschwindmaß $\epsilon_{ps} = 0.00 \text{ o/oo}$

Bewehrung

Bewehrung unten $A_{s1} = 11.34 \text{ cm}^2$, Bewehrungsabstand $d_1 = 2.5 \text{ cm}$
 Bewehrung oben $A_{s2} = 5.65 \text{ cm}^2$, Bewehrungsabstand $d_2 = 2.5 \text{ cm}$

Belastung

Bemessungsmoment aus quasi-ständiger Kombination $M_{sd} = 55.0 \text{ kNm}$

Verformung

Elastische Verformung $f_0 = 7.0 \text{ mm}$

Querschnittswerte und Ergebnisse

Effektiver E-Modul $E_{c,eff} = 8086 \text{ N/mm}^2$
 Rissmoment $M_{cr} = 32.7 \text{ kNm}$
 Steifigkeitsfaktor $k_1 = 1.3114$, $S_1 = 51 \text{ cm}^3$, $I_1 = 192076 \text{ cm}^4$
 Steifigkeitsfaktor $k_2 = 0.8189$, $S_2 = 139 \text{ cm}^3$, $I_2 = 88566 \text{ cm}^4$
 Verformung Zustand I $f_I = 18.7 \text{ mm}$
 Verformung Zustand II $f_{II} = 40.5 \text{ mm}$
 Verteilungszahl $\zeta = 0.824$ (≥ 0.5) (=Anteil Zustand II)

Gesamtverformung $f = 36.7 \text{ mm}$